

使用角邊網嚴密平差程式進行圖根點補建平差計算研究

王正忠¹ 蘇文俊² 蘇俊源³

摘 要

隨著數值地籍圖數量逐漸增加，採用數值法辦理地籍測量之頻率日益提高，而辦理數值法地籍測量應以圖根點作為依據，因此圖根點清理補建及管理維護遂成為刻不容緩之工作。然各地政事務所常限於人力及技術因素未能適時清理補建，致圖根點遺失情形日益嚴重，造成測量成果不佳及期程延宕，常為民眾所詬病。實務上補建作業常發生現存圖根點數量不足，無法進行導線平差計算之困難，屏東縣政府地政處針對實務作業常遭遇之情形，研擬標準作業程序及平差計算方法，期能提升圖根點清理補建效率，確保地籍測量精度，並加快測量案件辦理期程。

一、前言

傳統的圖根點測量係測量點位間之角度及距離，經化算為方位角與水平距離，依據已知點坐標來計算未知點坐標。早期地籍測量圖根點大多採用單導線平差方式，然此種平差成果可靠度較低，累積誤差易過度集中於部分點位，且同一圖根點自不同導線分別引測的計算坐標可能會不一致，造成相鄰點位之坐標反算角距與實測角距差異甚大的情形。又傳統單導線測量必須具備已知方位角（起始邊及閉合邊）作為導線計算之依據，然實務上因圖根點嚴重遺失，現存圖根點分布情形無法構成起始邊及閉合邊之條件，因而無法進行導線平差計算。

本研究採用角邊網嚴密平差程式（以下簡稱本程式）進行圖根點補建平差計算，本程式係依坐標變分法間接觀測漸近解算，由未知點的近似坐標逐步漸近求解未知點坐標的最或是值，無須具備起始邊及閉合邊之條件，且坐標平差成果具備高精度與高可靠度之特性。

¹屏東縣政府地政處地籍測量科技士; a001215@oa.pthg.gov.tw

²屏東縣政府地政處地籍測量科科长

³屏東縣政府地政處

二、作業流程

本研究作業流程如圖 1 所示，以下就各流程步驟簡要說明之：

- (一)資料收集：收集圖根點之原始平差計算成果相關資料，如圖根點坐標成果 (*.CTL)、點位網絡圖、平差報表 (*.C20、*.LST)。
- (二)舊有已知點清理：依據圖根點點之記或依圖根點坐標將其展繪於地籍圖，以人工目視方式搜尋已知點（含精導點、四等點、圖根點、補點等已知點），若有需要再使用全測站搭配金屬探測器精確定位已知點位置，並挖掘遭掩蔽之已知點，作業情形如圖 2 所示。將點位清理結果（包含點位之點號、樁別、埋樁地類、保存情形及其他特殊事項）整理成已知點清理結果圖冊，如表 1 所示，以作為後續點位補建及平差計算之參考。

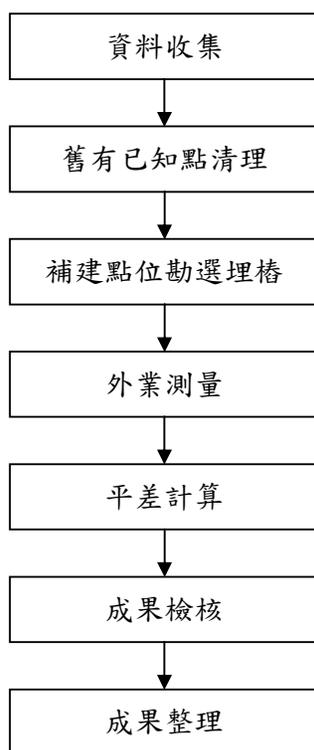


圖 1 圖根點清理補建作業流程圖



圖 2 以金屬探測器精確定位並挖掘遭掩蔽之已知點

表 1 已知點清理結果清冊

○○鄉○○段已知點清理結果清冊(清理日期:101 年 2 月 21 日)				
點號	樁別	埋樁地類	保存情形	其他特殊事項
BA001	鋼標	水泥	良好	
BA002	鋼標	水泥	良好	固定釘已斷 1 支
BA003	鐵樁	柏油	良好	
BA004	鐵樁	柏油	良好	周遭路面隆起，可能有位移
BA005	鐵樁	硬土路	良好	
BA006	鋼標	水泥	損毀	原位置有三支固定釘痕跡
BA007	鋼標	水泥	損毀	
BA008			遺失	
BA009	鐵樁	柏油	良好	
BA010	鐵樁	柏油	良好	
BA011	鐵樁	柏油	良好	
BA012	鐵樁	柏油	良好	

(三)補建點位勘選埋樁：點位勘選位置以通視良好且不易變動處為原則，儘量埋設永久標，若原圖根點採用單導線平差，補建點位儘量依原導線走向布設。若舊有已知點非永久標或可能位移，可在適當位置重新布設永久標，並聯測舊有已知點。

(四)外業測量：使用全測站對相鄰所有通視點位皆觀測正倒鏡 2 測回，並採

用 PDA 外業自動化系統觀測記錄。

- (五)平差計算：先以單導線平差計算補建點之近似坐標，加入多餘觀測後，再以本程式進行平差計算，計算過程包含以下 2 個程序：
- (1)最小約制平差：採用本程式進行最小約制平差偵錯，藉由調升已知點坐標之先驗誤差，使平差成果暫不強制附合至已知點，以檢核外業觀測量是否合理，進而剔除不合理之觀測量（或實地檢測至合格為止）。
 - (2)強制附合平差：經最小約制平差合格後，觀測量應無粗差，比較已知點之原始坐標與平差後坐標，藉此評估已知點是否位移。再調降坐標差異較小的已知點之先驗誤差，重新平差後檢視平差結果是否合理，逐次逐點重複平差計算，剔除不合格之已知點（或調升其坐標先驗誤差），至平差結果合理為止。
- (四)成果檢核：實地測量可靠界址點或經界線，檢查坐標較差是否合乎規定。
- (五)成果整理：調製圖根點補建測設作業說明、圖根點坐標成果、圖根點觀測網絡圖、平差計算報表、外業觀測記錄表（含圖根點測量及現況檢核）、成果檢核報表。

三、程式介紹與測試

(一)角邊網嚴密平差程式介紹

本研究採用之「角邊網嚴密平差程式」乃是內政部國土測繪中心推廣使用之導線網嚴密平差程式（trila.exe、tri2a.exe），廣泛運用於圖根網平差計算。本程式可將角度及距離等不同觀測量一併納入整體網形平差，亦可加入多餘觀測以強化網形強度，有助於提升精度及可靠度。

以往在進行加密網平差時，按傳統方式須套合到已知控制點上，但已知點彼此間可能有相對誤差存在，若將其視為無誤差而將未知點強制附合平差，將使網形扭曲，觀測值將得到不合理的改正數。本程式具備觀測量偵錯分析及可靠度研判功能（Data Snooping），應用自由網平差的解法可免除所要附合的控制點是否可靠之困擾，避免強制附合至錯誤的已知點。

(二)程式功能測試

在實際使用「角邊網嚴密平差程式」於圖根點補建平差計算作業之前，必須先了解本程式實際運作之正確性。以屏東縣政府 100 年辦理圖根點清理補建作業之成果作為測試資料，該作業以衛星定位測量技術測設加密控制點，計算加密控制點之 TWD97 坐標。再布設圖根點並使用全測站對相鄰點位皆觀測正倒鏡 2 測回，經單導線及角邊網嚴密平差計算後，將全區觀測量連結成網形，得到圖根點之 TWD97 坐標。此作業計算方式為目前之標準作業模式，其坐標成果具備高精度及高可靠度，故將此成果資料視為已知值來進行測試，測試項目如下：

- (1)已知點彼此不通視：

在傳統導線計算作業中，必須要有已知的起始邊及閉合邊才能進行導線計算，但實務上現存之已知點常零散分布且點位間彼此不通視，故無法據以進行傳統導線計算，增加圖根點補建作業難度。而本程式係依坐標變分法間接觀測漸近解算，由未知點的近似坐標漸近求解未知點坐標的最或是值，故無須具備起始邊及閉合邊之條件。

本項測試採用上述成果，截取部分資料進行測試，其點位分布及觀測方向如圖 3 所示，圖中 GB01 等 8 點皆有已知坐標，測試時將 GB01、B833 及 B823 設為現存已知點；B829、B836、B835、B834、B839 等 5 點設為未知點(補建點)。藉此模擬實務上已知點(GB01、B833 及 B823)彼此不通視，並於實地布設 B829 等 5 點補建點之情形。將原角距觀測量帶入本程式計算補建點坐標，分析補建點之已知坐標與補建坐標的差異來評估本程式計算成果之正確性。

經計算後其坐標較差如表 2 所示，點位坐標較差大部分在 3mm 以內，最大較差也未超過 8mm，總體而言其成果可視為相符。針對其不符原因加以分析，乃因原平差計算時尚有聯測其他相鄰點位，而本測試並未加入這些相鄰點位之坐標及觀測量，故平差結果會有些許差異。經加入相鄰點位之坐標及觀測量再行平差後，其坐標平差成果與已知坐標幾乎相同。由此可證明使用本程式進行圖建點補建平差計算可成功克服已知點不通視之問題，解決傳統單導線平差無法計算之情形，且平差成果與原成果近乎相同。

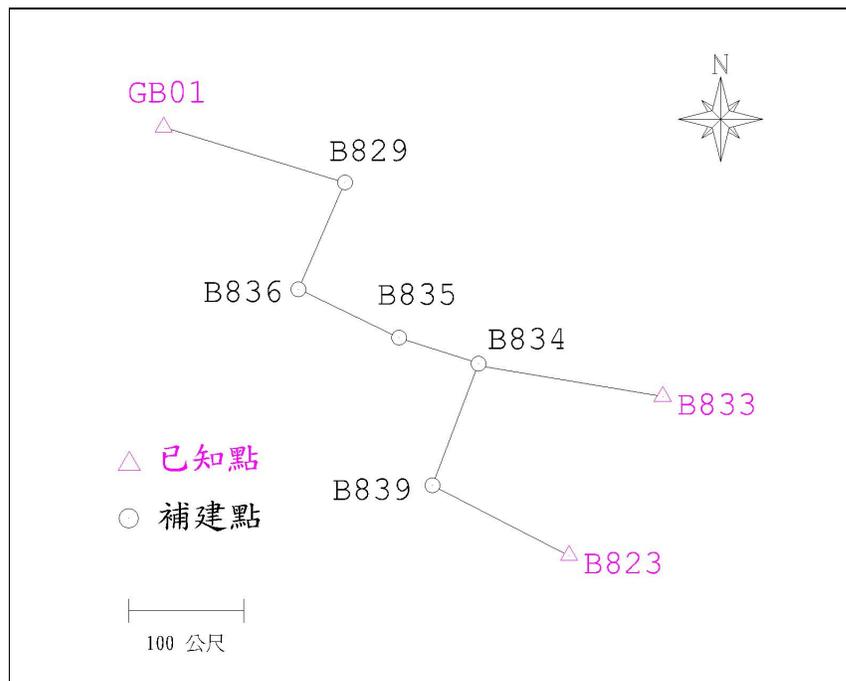


圖 3 圖根點分布位置與觀測方向示意圖

表 2 已知點彼此不通視之坐標差異比較表

點號	已知 N 坐標 (m)	補建 N 坐標 (m)	N 坐標 較差 (m)	已知 E 坐標 (m)	補建 E 坐標 (m)	E 坐標 較差 (m)
B829	2497961.658	2497961.658	0.000	199301.152	199301.153	0.001
B834	2497804.247	2497804.248	0.001	199417.753	199417.748	-0.005
B835	2497826.588	2497826.589	0.001	199348.413	199348.410	-0.003
B836	2497868.776	2497868.775	-0.001	199260.601	199260.601	0.000
B839	2497698.057	2497698.061	0.004	199377.418	199377.410	-0.008

(2) 收斂範圍測試：

本程式係依坐標變分法間接觀測漸近解算，必須具備未知點的近似坐標以漸近求解其最或是值，而程式對於近似坐標偏差量的包容度即為我們想了解的課題。本測試之目的在於探討未知點近似坐標在平差過程中由起始值至收斂值的收斂範圍 (pull-in range)，以了解近似坐標之正確性對於程式運算收斂的影響。

測試方法為在補建點已知坐標故意加入誤差值以作為近似坐標，再讀入程式計算並檢視平差成果是否正確。測試時加入的誤差值自 1 公分擴大至 49.99 公尺，經平差後其坐標計算成果皆相同且正確（因本程式預設坐標改正量超過 50 公尺時系統會自動提出警告訊息且不進行運算）。由此可知在一般的情形下（近似坐標的誤差量不超過 50 公尺），只要觀測量無誤，近似坐標的正確性對本程式的平差成果並無影響。

(3) 已知點偵錯測試：

本測試之目的在於了解程式對於已知點坐標之偵錯能力，以便在平差時能偵測出錯誤之已知點，避免將其納入強制附合。測試方法為將已知點之正確坐標故意加入誤差值並大幅降低其權值（類似自由網平差），再執行程式運算並檢視平差成果，檢查該點之平差後坐標是否正確。經測試後發現所有的錯誤已知點皆被偵測出來且平差後的坐標皆以改正至原正確值，證明本程式可在圖根點補建作業中偵測出位移或錯誤的已知點，避免將其納入強制附合，以確保平差成果的正確性。

四、近似坐標計算

使用本程式進行平差計算時，必須輸入補建點的近似坐標，在一般情形下，可利用傳統單導線計算的方式，依已知起始邊及閉合邊計算補建點坐標，再以計算後之補建點坐標做為下一條導線之起始邊及閉合邊，逐次推展計算補建點坐標。此種方式之精度及可靠度雖然不高，惟於前節未知點坐標收斂範圍測試

結果可知，其近似坐標在 50 公尺的誤差範圍內時，本程式皆可收斂至正確成果，故以單導線平差方式來求得補建點近似坐標應可滿足本程式計算之需求。

然圖根點清理補建實際案例中，經常發現舊有已知點分布零散，無法構成已知起始邊與閉合邊之條件，故採用 2 種簡易的計算方式來求得補建點之近似坐標，簡要說明如下：

- (1) 使用衛星即時動態定位作業方法(Real-Time Kinematic, RTK)，將 RTK 主站設置於舊有已知點上，再將移動站設置於補建點，逐點測量其坐標，如此即可獲得補建點之近似坐標。
- (2) 自行選定 2 個相鄰且通視之點位，依概略方位角及實測距離給予這 2 點一組假設坐標，據此依實地觀測之角度及距離利用光線法逐點計算其餘點位坐標。再藉由共同點使用坐標轉換方式，將補建點之假設坐標轉換至舊有圖根點坐標系統，以求得補建點之近似坐標。

五、實務測試

為了解本程式應用於圖根點補建作業之實際成效，特別挑選 2 區不同平差方式之數值地籍圖重測區，依本研究之作業流程進行清理補建，並檢核實地界址點或經界線來評估補建成果正確性。這 2 個測試區之原始圖根點成果分別為角邊網嚴密平差及單導線平差成果，其實際作業及成果檢核說明如下：

- (一) 角邊網嚴密平差成果：本測試地段為民國 85 年度辦理之數值地籍圖重測區，採用 TWD67 坐標系統，圖根計算為角邊網嚴密平差。作業流程首先清理舊有圖根點並依實地測量需求布設新圖根點，其點位分布及觀測方向如圖 4 所示。

完成外業觀測後，先以單導線平差方式計算補建點之近似坐標，再使用本程式進行最小約制平差，進行觀測量偵錯與已知點檢核，發現有部分埋設於柏油路面之鐵樁似有位移情形，經調升其坐標先驗誤差後，強制附合至其餘檢測無誤之舊有已知點，計算全區網形平差成果。本區角邊網嚴密平差結果：平均多餘觀測數 0.49；單位權中誤差 1.0031；角度改正數小於 20 秒；距離改正數小於 3 公分，平差成果合乎相關規定。

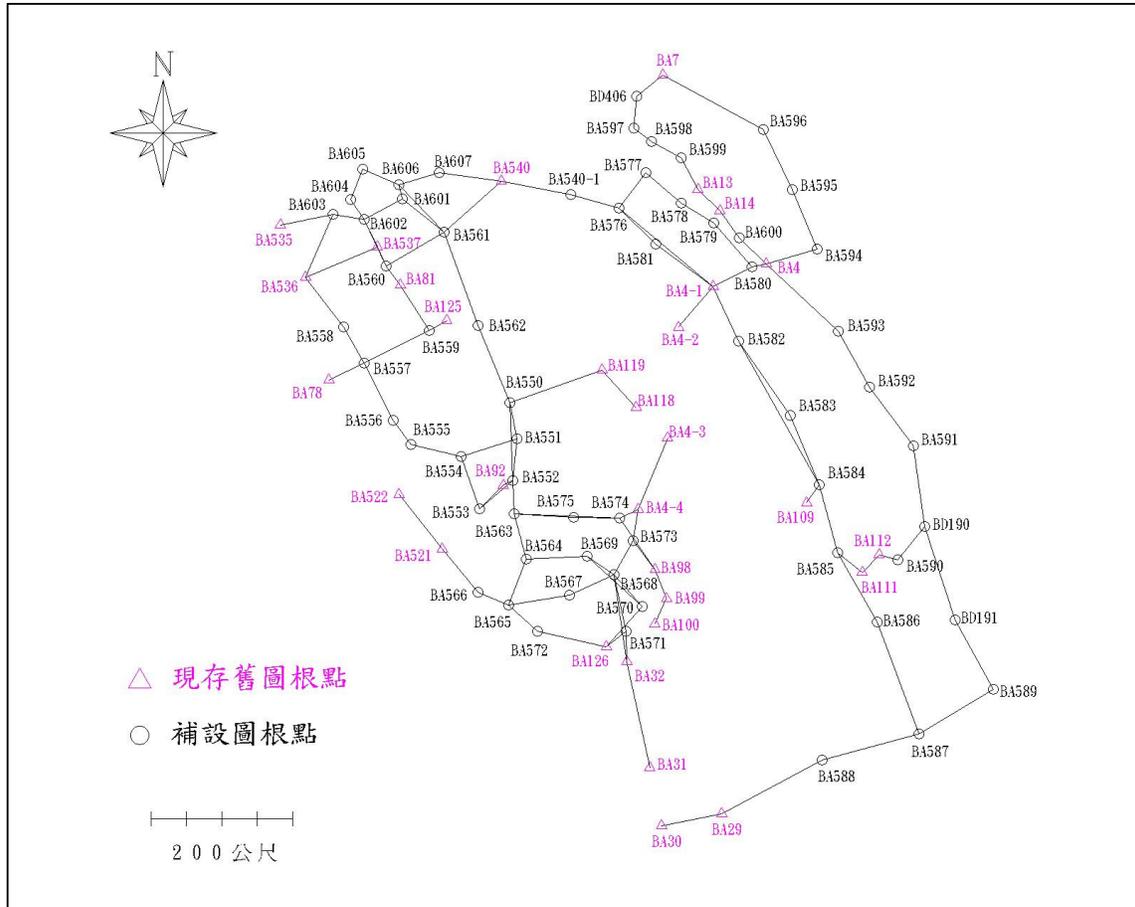


圖 4 現存舊圖根點及補設圖根點分布位置與觀測方向圖

然圖根點補建最重要之目的係提供地籍測量使用，故補建成果之正確性應考量與實地界址點或經界線是否相符，依據補建成果檢測重測調查表記載之界址點或經界線，檢核其較差是否在公差範圍內。實務上挑選數個均勻分布之檢測區，依據補建坐標以光線法計算檢測點坐標，並計算檢測點至界址點之距離或至經界線之垂距，檢測結果如圖 5 所示。

本作業共檢測 5 區，合計 28 個現況點，全數皆為地籍調查表記載之牆壁中心（或內外），每個檢測區均有東西向及南北向之經界線，檢測結果較差在 0-2 公分的有 15 點（54%）；2-6 公分的有 13 點（46%），完全符合地籍測量實施規則之界址點精度規定，由此可知補建成果應可滿足地籍測量使用。

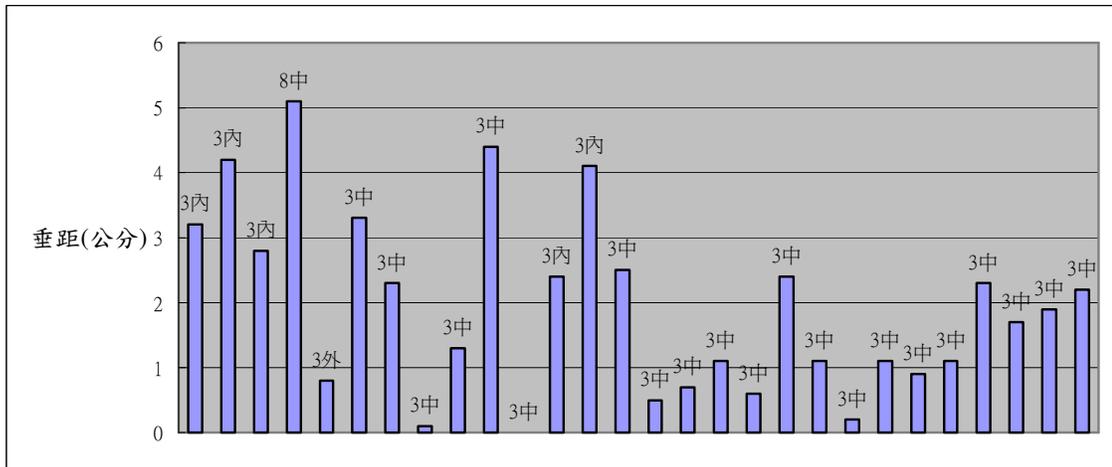


圖 5 檢測點到經界線之垂距數據圖

(二)單導線平差成果：本測試地段為民國 78 年辦理之數值地籍圖重測區，採用 TWD67 坐標系統，圖根計算採用單導線平差。重測完成迄今已 20 餘年，實地圖根點遺失殆盡，嚴重影響地籍測量作業，因此辦理圖根點清理補建作業。

因原圖根點成果為 TWD67 坐標系統及單導線平差，且實地圖根點遺失殆盡，故重新布設加密控制點與圖根點，並採用 TWD97 坐標系統及角邊網嚴密平差計算。聯測具有 TWD67 坐標之現存舊有點，以坐標轉換的方式計算補建點之 TWD67 坐標。然以坐標轉換之方式來改算點位坐標，即便坐標轉換後之共同點殘差不大，其補建成果是否與現況相符並無法就此斷定。

為了解補建成果與實地界址點或經界線是否相符，將整個作業區依已知經界線分布位置分為 12 個檢核區，並計算檢核點至已知經界線之垂距。檢核結果詳如表 3，由表 3 可知全區平均有 32%的檢核點超過 6 公分，部分檢核區甚至有半數的點都超過 6 公分，且發現偏移量與偏移方向有系統性。

為改善上述補建成果之可用性，本研究採用角邊網嚴密平差方法，並將已知經界線作為約制條件重新改算圖根點坐標，期使改算成果能應用於地籍測量且符合法規精度。實際作業中將檢核點與經界線進行套合，希望兩者之間的垂距越小越好，套合完成後擷取鄰近圖根點之坐標，作為角邊網嚴密平差之已知點，適當地調整已知點及觀測量的先驗誤差，使平差結果在圖根點角距觀測量與已知經界線間取得平衡。其檢核成果詳如表 3 及圖 6。由檢核結果可看出經角邊網嚴密平差改算後之成果精度大幅提升，尤其是 B、MOPR、N 及 Q 等 4 區明顯改善。全區平均有 80%的檢核點可達到 6 公分以內之精度，符合地籍測量實施規則規定，雖仍有部分檢核點超出規範誤差，但足以滿足絕大部分地籍測量使

用。

表 3 已知經界線檢核統計表

檢核區別	檢核點到已知經界線垂距 (單位：公分)						各區總計
	坐標轉換成果			網形平差成果			
	0~2	2.1~6	6.1 以上	0~2	2.1~6	6.1 以上	
	點數	點數	點數	點數	點數	點數	
A	13	13	9	13	13	9	35
B	12	24	27	23	26	14	63
C	18	37	12	22	34	11	67
D	12	12	14	7	17	14	38
EFLK	26	35	27	31	34	23	88
G	28	23	6	30	24	3	57
H	7	8	10	7	10	8	25
I	11	13	4	10	13	5	28
J	15	18	7	21	14	5	40
MOPR	5	13	21	17	13	9	39
N	6	4	7	15	2	0	17
Q	3	22	29	32	15	7	54
全區總計	156 (28%)	222 (40%)	173 (32%)	228 (41%)	215 (39%)	108 (20%)	551

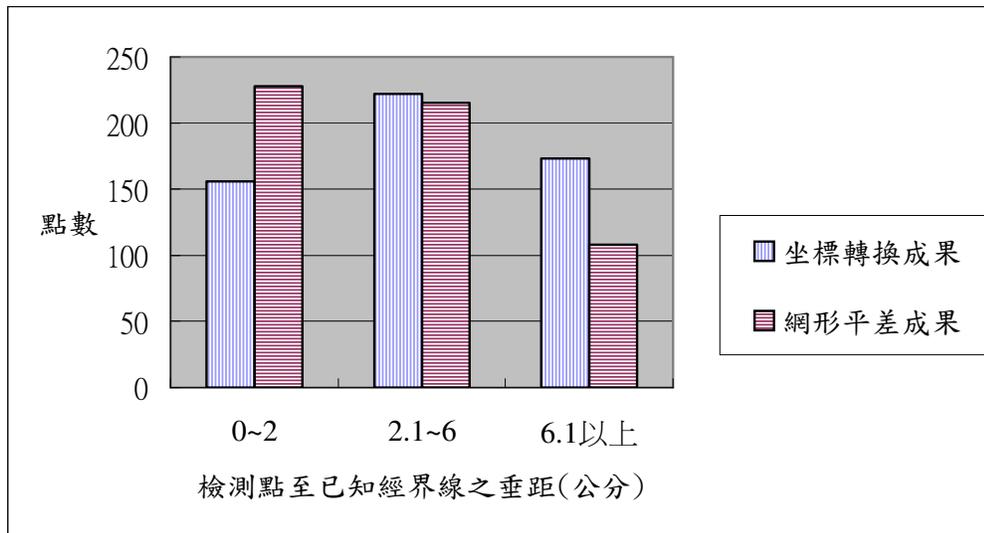


圖 6 檢測成果分析圖

六、結論與建議

- (一)將角邊網嚴密平差程式應用於圖根點補建作業可有效克服導線計算缺乏起始邊、閉合邊的問題，並將全部已知點納入平差計算，進行已知點偵錯，剔除錯誤點位，避免強制拟合至錯誤的已知點，使平差成果具備高精度、高可靠度的特性，完全滿足圖根點補建作業的各項需求，值得

大力推廣。

(二)進行圖根點清理補建作業無非是要提供地籍測量使用，而地籍測量因涉及人民財產權益，具有法律上及時序上的一致性，只要是確定的界址且原測量無誤，由地籍圖還原界址至實地時，不應有所差異。故進行補建作業應考量原圖根成果及可靠界址點及經界線，使補建成果符合界址現況，不因不同的時間、儀器、坐標系統及計算方法而使實地界址有所差異。

七、參考資料

1. 內政部，2011，地籍測量實施規則。
2. 內政部，2011，數值法重測作業手冊。
3. 內政部國土測繪中心，2011，地籍圖重測成果檢查作業須知。
4. 莊王熊、曾清涼，1986，聯合角、邊、高程觀測量之自由網平差及應用。
5. 楊證霖，2012，GPS 輔助圖根測量及土地複丈作業實務。